b) Déterminez le vecteur déplacement et le vecteur vitesse moyen du véhicule.

L'équation qui détermine la grandeur d'un vecteur vitesse peut être simplifiée pour un mouvement rectiligne lorsque la position initiale correspond à zéro ($s_i = 0$) et que le temps initial ($t_i = 0$) marque le début du mouvement rectiligne. Nous avons :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{s_f - 0}{t_f - 0} = \frac{s_f}{t_f}$$

Plus simplement, l'équation se ramène à :

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{équivalente à} \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{lorsque } s_i = 0 \text{ et } t_i = 0.$$

UN DÉPLACEMENT À DEUX VITESSES : QUESTION DE REPÈRE

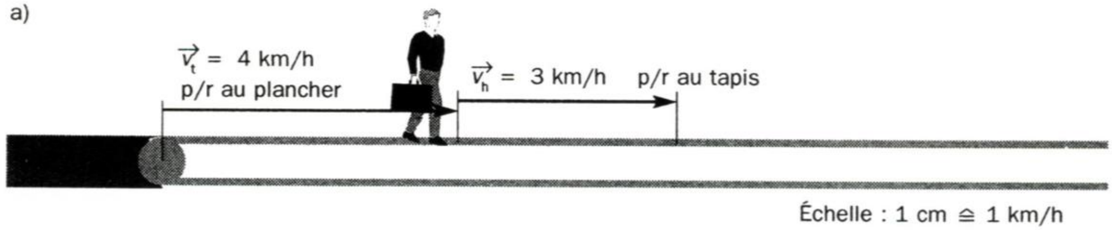
Le chapitre 2 présentait des cas de déplacements successifs d'un mobile. Le déplacement total résultant était déterminé par la somme des vecteurs déplacement. Vous avez alors appris à additionner des vecteurs. Les vecteurs vitesse peuvent aussi s'additionner lorsqu'ils s'appliquent à un même mobile. Nous pouvons cependant nous demander comment un objet peut avoir deux ou plusieurs vitesses différentes à la fois. Qu'en pensez-vous?

Un homme assis dans un train peut se dire immobile; il peut aussi considérer qu'il se déplace à la vitesse du train. Et il a raison dans les deux cas! C'est une question de repère : la vitesse d'un corps dépend donc du repère dans lequel nous le situons. Et nous pouvons passer d'un repère à un autre en additionnant les vecteurs vitesse. Illustrons ceci à l'aide d'un exemple.

Considérons le cas d'un homme qui avance sur un tapis roulant dans un aérogare. La vitesse du tapis est de 4 km/h par rapport au plancher immobile. Pressé, le voyageur marche à 3 km/h sur le tapis (figure 3.7). Quelle est la vitesse de l'homme par rapport(p/r) au plancher?

Figure 3.7 – Tapis roulant

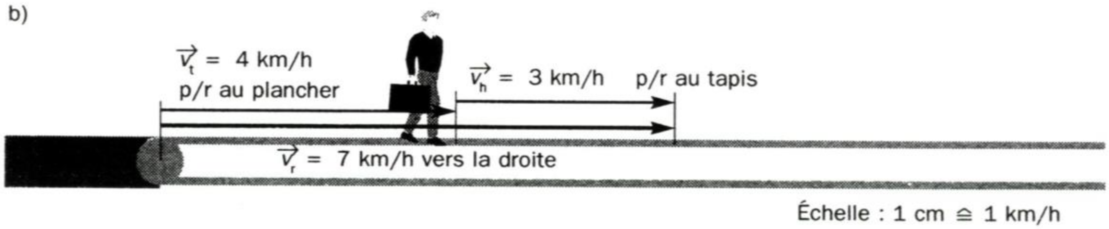
a)



Les indices t et h distinguent la vitesse du tapis ($\vec{v}_t$) de celle de l'homme ($\vec{v}_h$).

a) Le tapis roulant avance à 4 km/h par rapport (p/r) au plancher.
L'homme marche à 3 km/h par rapport (p/r) au tapis.

b)



b) La vitesse résultante de l'homme par rapport au plancher est obtenue en additionnant les vecteurs vitesse : $\vec{v}_{\text{résultante}} = \vec{v}_{\text{homme p/r au tapis}} + \vec{v}_{\text{tapis p/r au plancher}}$.
Plus simplement, $\vec{v}_r = \vec{v}_h + \vec{v}_t$.

Vous avez peut-être fait un calcul rapide et déduit que l'homme avance à 7 km/h par rapport au plancher, et c'est exact. Prenons cependant le temps d'examiner la situation en considérant les vecteurs. Cet exercice sera utile pour l'étude de cas plus complexes. Selon le schéma, nous avons :

$\vec{v}_t$ = 4 km/h vers la droite par rapport au plancher,

$\vec{v}_h$ = 3 km/h vers la droite par rapport au tapis.

Les origines sont décrites par rapport à un certain repère. Ainsi, $\vec{v}_t$ est donné par rapport au plancher immobile et $\vec{v}_h$ est exprimé par rapport au tapis, c'est-à-dire en considérant le tapis comme repère. Nous cherchons la vitesse résultante, notée $\vec{v}_r$, c'est-à-dire la vitesse de déplacement de l'homme par rapport au plancher. Nous avons :

$$\vec{v}_r = \vec{v}_h + \vec{v}_t.$$

La figure 3.7b illustre l'addition des vecteurs, selon la méthode du polygone vue au chapitre 2. Les deux vecteurs étant parfaitement alignés, leur grandeur s'additionne simplement et nous trouvons v_r = 7 km/h. Le vecteur vitesse résultant s'écrit :

$\vec{v}_r$ = 7 km/h vers la droite.

L'homme se déplace donc à 7 km/h vers la droite sur la figure 3.7, c'est-à-dire dans le même sens que le tapis roulant.

Exercice 3.16

Par rapport à quel repère le vecteur résultant ($\vec{v}_r$) ci-dessus est-il décrit?

Exercice 3.17

À une heure où l'achalandage est faible dans un aérogare, un enfant s'amuse à courir en sens inverse sur le tapis roulant qui transporte normalement les voyageurs vers la sortie du bâtiment. Le tapis roule à 4 km/h et le gamin avance à 6 km/h sur le tapis. Déterminez la vitesse résultante de l'enfant par rapport au sol en suivant les étapes ci-dessous.

a) Complétez le schéma en dessinant les vecteurs vitesse suivants : la vitesse du tapis par rapport au plancher ($\vec{v}_t$), la vitesse de l'enfant par rapport au tapis ($\vec{v}_e$).

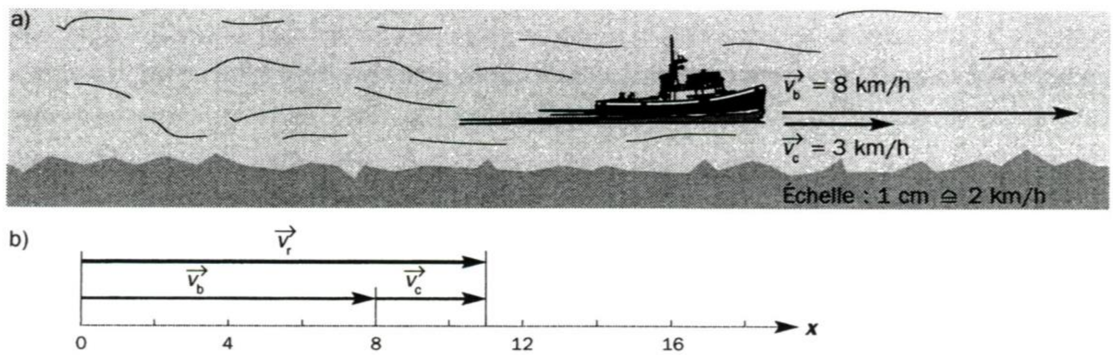
b) Déterminez le vecteur vitesse de l'enfant par rapport au plancher ($\vec{v}_r$). Dessinez le schéma d'addition vectorielle en précisant l'échelle utilisée.

c) Complétez le tableau ci-dessous : décrivez les vecteurs, indiquez par rapport à quel repère ils sont donnés et écrivez les expressions mathématiques correspondantes.

Symbole	Description	Repère	Expression des vecteurs
$\vec{v}_t$	Vitesse du tapis par rapport au plancher		$\vec{v}_t$ = 4 km/h vers la droite
$\vec{v}_e$			
$\vec{v}_r$			

Considérons maintenant le cas d'un bateau qui descend une rivière à 8 km/h selon la vitesse indiquée par les instruments. À cet endroit, un courant de 3 km/h pousse le bateau, qui suit exactement la direction du courant (figure 3.8). Nous voulons déterminer la vitesse résultante du bateau par rapport au fond de l'eau.

Figure 3.8 – Un bateau poussé par le courant



$\vec{v}_r = \vec{v}_b + \vec{v}_c$

$\vec{v}_r$ = 11 km/h selon l'orientation du courant (ou l'axe positif des x)

a) Le bateau descend la rivière en suivant exactement la direction et le sens du courant. Les instruments indiquent au pilote sa vitesse par rapport à l'eau, c'est-à-dire en prenant l'eau comme repère.

b) La vitesse résultante du bateau par rapport au fond de l'eau ($\vec{v}_r$) est donnée par la somme vectorielle de la vitesse du bateau par rapport à l'eau ($\vec{v}_b$) et de la vitesse du courant ($\vec{v}_c$). Mathématiquement, $\vec{v}_r = \vec{v}_b + \vec{v}_c$.

Le cas du bateau est semblable à celui du voyageur sur le tapis roulant. L'eau joue le rôle du tapis roulant et le fond correspond au plancher. La vitesse résultante décrit le mouvement du bateau par rapport au fond de l'eau. Précisons que les instruments du bateau mesurent sa vitesse par rapport à l'eau, c'est-à-dire en considérant l'eau comme un repère « immobile ». Par ailleurs, la vitesse du courant est donnée par rapport au fond de l'eau, c'est-à-dire en prenant le fond de l'eau comme repère. En pratique, c'est la vitesse du bateau par rapport au fond qui compte, car elle correspond à la vitesse à laquelle il se déplace par rapport à la terre ferme. Celle-ci résulte donc de la somme vectorielle de la vitesse par rapport à l'eau et de la vitesse du courant (figure 3.8b). Nous avons :

$\vec{v}_r = \vec{v}_b + \vec{v}_c$ = 11 km/h selon l'orientation du courant.

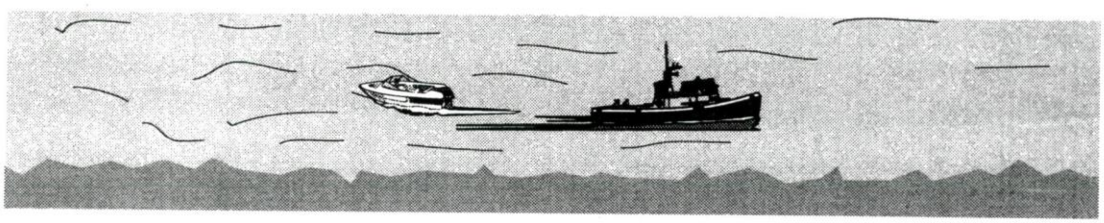
Le bateau se déplace donc à 11 km/h par rapport au fond, dans le sens du courant.

Pour donner l'orientation des vecteurs, nous pouvons aussi choisir de faire correspondre la direction du courant avec l'axe des x et la position du bateau avec le zéro de l'axe (figure 3.8b). Nous écrivons alors :

$\vec{v}_r$ = 11 km/h suivant l'axe positif des x.

Exercice 3.18

Un second bateau croise celui de l'exemple ci-dessus, alors qu'il remonte le courant. Les instruments indiquent la vitesse de 8 km/h.



a) Sur le schéma ci-dessus, dessinez les vecteurs vitesse appropriés. Précisez l'échelle utilisée.

b) Dessinez le schéma d'addition vectorielle et déterminez le vecteur vitesse du bateau par rapport au fond.

c) Supposons que le courant est constant sur une distance de 40 km. Combien de temps mettra le bateau à parcourir cette distance s'il maintient son orientation et sa vitesse?

____

____

____

d) Combien de temps mettra le bateau de la figure 3.8a à parcourir la même distance dans les mêmes conditions?

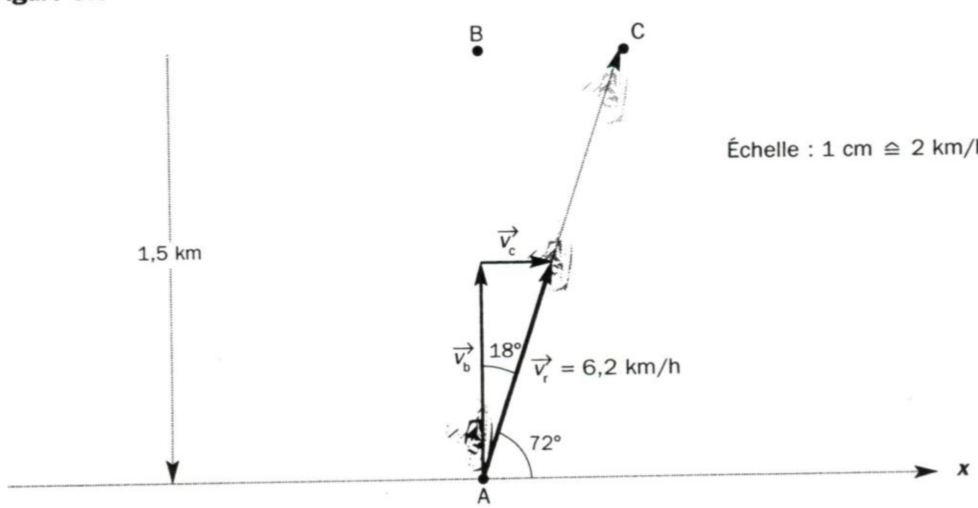
____

____

____

Dans les cas examinés ci-dessus, tous les vecteurs étaient dans la même direction, c'est-à-dire alignés sur le même axe. En pratique, dans la majorité des situations réelles, les vecteurs ne sont pas alignés. Pour mieux saisir, considérons un bateau qui traverse un cours d'eau de 1,5 km de large (figure 3.9). Supposons qu'un courant de 2 km/h, parallèle au rivage, est constant sur toute la largeur de la rivière. Le bateau avance à 6 km/h, et le capitaine maintient un cap[5] perpendiculaire au rivage.

Figure 3.9 – Un bateau traverse une rivière



Le bateau part du point A et vise le point B; le capitaine maintient un cap perpendiculaire à la rive durant toute la traversée. Le courant déporte le bateau vers la droite, c'est-à-dire vers l'aval du cours d'eau, de sorte que le bateau atteindra le rivage au point C.

5. Cap : orientation du vecteur vitesse.

La vitesse du bateau par rapport au fond est obtenue en additionnant les vecteurs. En mesurant sur le schéma la longueur du vecteur et l'angle, nous trouvons approximativement :

$$\vec{v}_r = \vec{v}_b + \vec{v}_c = 6{,}2 \text{ km/h à } 72° \text{ par rapport à l'axe des } x.$$

Pour indiquer l'orientation, nous pouvons aussi dire que le bateau déviera de 18° vers la droite par rapport à son cap (figure 3.9).

Nous avons vu que le vecteur vitesse et le vecteur déplacement ont la même orientation. La direction de la vitesse résultante ($\vec{v}_r$) indique donc aussi celle du mouvement du bateau par rapport au fond de l'eau. Par conséquent, nous pouvons déterminer à quel endroit le bateau atteindra l'autre rive en prolongeant le vecteur résultant sur le schéma. Ainsi, sur la figure 3.9, le bateau aboutirait au point C. En mesurant la longueur du segment BC et en considérant l'échelle donnée pour la largeur de la rivière, nous obtenons la distance qui sépare le point d'arrivée (C) du point B.

Exercice 3.19

a) En vous reportant à la figure 3.9 et au paragraphe ci-dessus, déterminez la distance qui sépare le point d'arrivée du bateau du point visé au départ.

____

____

b) Déterminez la longueur du parcours suivi par le bateau (segment AC).

____

____

____

____

c) Combien de temps le bateau mettra-t-il pour traverser la rivière?

____

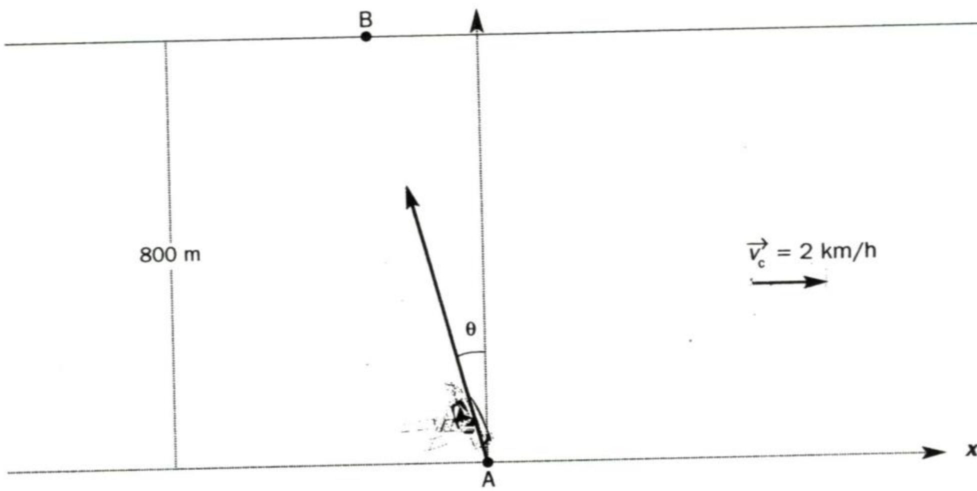
____

____

____

Exercice 3.20

Un bateau traverse une rivière de 800 m de largeur à partir d'un point A, mettant au départ le cap vers le point B, situé légèrement en amont de A. Le capitaine maintient sa vitesse de 8 km/h dans la même orientation, alors qu'un courant de 2 km/h le déporte vers l'aval du cours d'eau.



a) Sur le schéma, tracez le vecteur $\vec{v_r}$ et déterminez la vitesse du bateau par rapport au fond de l'eau.

____

b) Combien de temps le bateau mettra-t-il pour traverser la rivière?

____

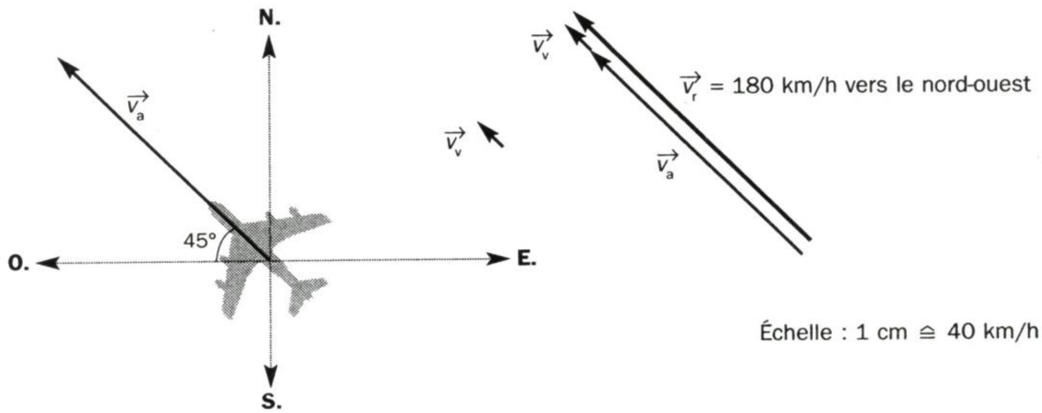
____

____

Les navigateurs ne sont pas les seuls à devoir faire des calculs pour déterminer le cap à suivre. Les pilotes d'avion doivent aussi tenir compte, non pas du courant, mais du vent qui les déporte. L'appareil est soutenu par l'air, et les instruments indiquent la vitesse par rapport à l'air. En pratique, c'est la vitesse par rapport au sol qui importe. Or, l'air se déplace par rapport au sol à la vitesse du vent.

Considérons un cas simple. Un petit avion vole vers le nord-ouest avec un vent arrière de 20 km/h. Les instruments du tableau de bord indiquent 160 km/h, soit la vitesse par rapport à l'air.

Figure 3.10 – À vol d'oiseau

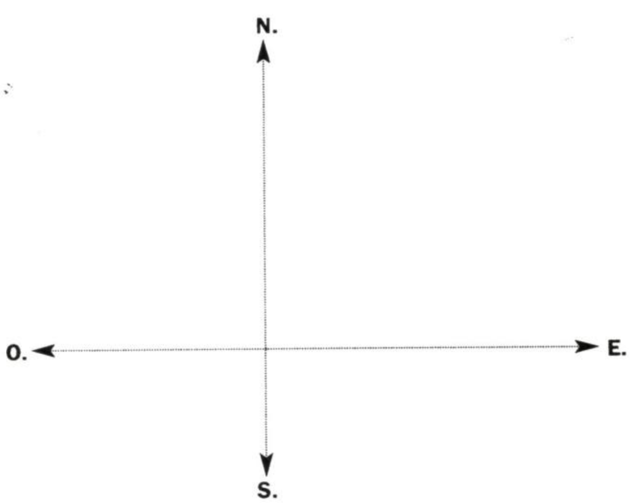


Un vent arrière pousse l'avion de sorte que sa vitesse par rapport au sol (v_r) est plus grande que sa vitesse par rapport à l'air (v_a), valeur indiquée par les instruments. La vitesse résultante ($\vec{v}_r$) correspond à la somme vectorielle de la vitesse de l'appareil ($\vec{v}_a$) par rapport à l'air et de la vitesse du vent ($\vec{v}_v$).

Avec un vent arrière, la vitesse de l'appareil et celle du vent sont alignées de sorte que la vitesse résultante est de 180 km/h vers le nord-ouest.

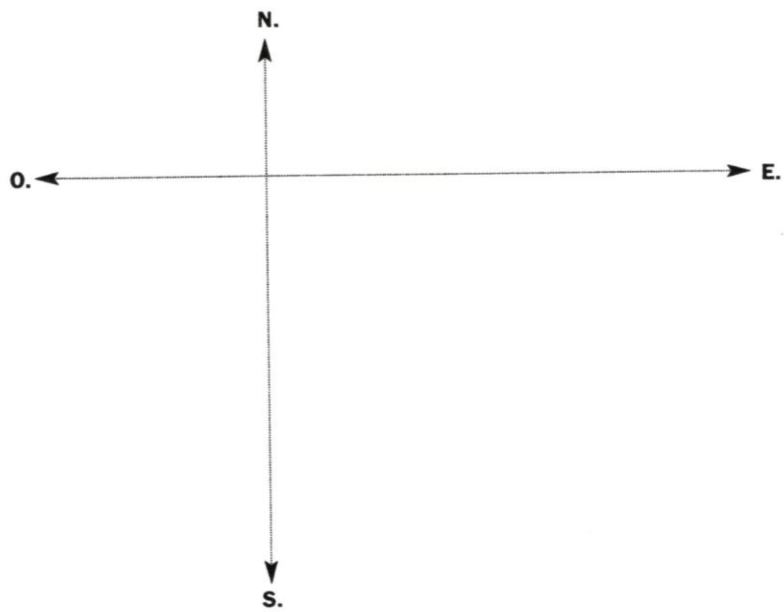
Exercice 3.21

Un avion met le cap vers le nord-est, tout en maintenant une vitesse de croisière de 160 km/h. Le vent souffle dans la direction nord-ouest à une vitesse de 60 km/h. Quel est le vecteur vitesse de l'appareil par rapport au sol? Appuyez votre réponse d'un schéma d'addition vectorielle.



Exercice 3.22

Un Boeing 747 se dirige vers le sud-est dans une zone où souffle un vent venant du sud-ouest de 50 km/h. Les instruments indiquent une vitesse de croisière de 800 km/h. Déterminez le vecteur vitesse de l'appareil par rapport au sol.



L'avion soumis aux caprices du vent et le bateau déporté par le courant se comparent au voyageur transporté par le tapis roulant. Dans tous les cas, la valeur de la vitesse dépend du point de repère par rapport auquel nous la définissons. Ainsi, lorsque nous indiquons une vitesse, il est important de préciser le repère dans lequel nous la situons.

Exercice 3.23

Complétez le tableau suivant en comparant les cas du voyageur sur le tapis roulant, du bateau et de l'avion.

Voyageur sur le tapis roulant	Bateau sur l'eau	Avion dans l'air
Vitesse de l'homme sur le tapis ($\vec{v}_h$)		
Vitesse du tapis par rapport au sol ($\vec{v}_t$)		
Vitesse de l'homme par rapport au sol ($\vec{v}_r$)		
$\vec{v}_r = \vec{v}_h + \vec{v}_t$		

L'eau, l'air et le tapis sont des repères en mouvement par rapport à la terre ferme. Nous pouvons aussi utiliser un objet en mouvement comme repère et, par exemple, donner la vitesse d'un avion par rapport à un autre avion, ou celle d'une automobile relativement à une autre. Pour mieux saisir, reprenons le cas de l'avion dans l'air. En détaillant les indices des vecteurs, nous pouvons écrire :

$$\vec{v}_{\text{avion/air}} + \vec{v}_{\text{air/sol}} = \vec{v}_{\text{avion/sol}}$$

Vitesse de l'avion par rapport à l'air + vitesse de l'air par rapport au sol = vitesse de l'avion par rapport au sol

En transposant un des éléments de cette équation, vous aurez :

$$\vec{v}_{\text{avion/air}} = \vec{v}_{\text{avion/sol}} - \vec{v}_{\text{air/sol}}$$

Maintenant, remplaçons l'air par un deuxième avion et nommons les avions A et B. L'équation donne alors la vitesse de l'avion A par rapport à l'avion B ($\vec{v}_{A/B}$). Nous avons :

$$\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_{A/S} - \vec{v}_{B/S}$$

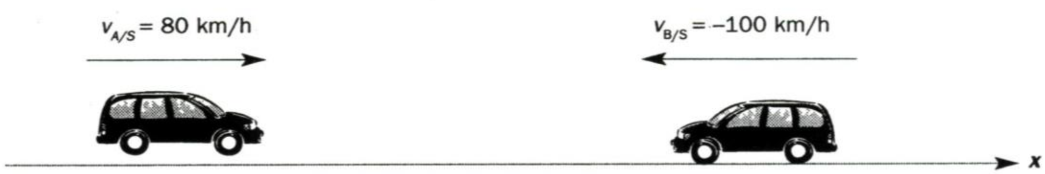
Expression dans laquelle l'indice S représente le sol, A correspond à l'avion de référence et B, au second appareil. Le vecteur $\vec{v}_{A/B}$ donne alors la vitesse à laquelle les deux avions se rapprochent ou s'éloignent l'un de l'autre. Cette valeur est utile pour déterminer, par exemple, si les deux appareils se rencontreront ou pas.

La même équation s'applique à deux automobiles qui circulent sur le même parcours, à la différence près qu'elle s'exprime en termes de vitesse scalaire moyenne. Le signe de la vitesse indique alors le sens de circulation des véhicules.

Exemple

Deux automobiles roulent l'une vers l'autre sur une route. L'automobile A va à 80 km/h et l'automobile B, à –100 km/h. Le signe négatif indique ici que la voiture B roule en sens inverse de A. Les deux voitures sont distantes de 3 km. Dans combien de temps les deux voitures vont-elles se croiser ?

Figure 3.11 – Deux voitures se rencontrent



Lorsque deux voitures roulent sur un même parcours, la vitesse de l'une par rapport à l'autre est égale à la différence algébrique de leur vitesse ($v_{A/B} = v_A - v_B$).

Nous cherchons d'abord la vitesse de la voiture A par rapport à B. Nous avons :

$$v_{A/B} = v_{A/S} - v_{B/S} = v_A - v_B$$

$$v_{A/B} = 80 \text{ km/h} - (-100 \text{ km/h}) = 180 \text{ km/h}$$

Tout se passe comme si la voiture B était immobile et que la voiture A se dirigeait vers elle à la vitesse de 180 km/h alors qu'elles sont distantes de 3 km. Nous pouvons donc calculer le temps nécessaire pour couvrir cette distance selon la méthode habituelle, en appliquant la définition $v = \Delta s/\Delta t$ à la vitesse relative $v_{A/B}$:

$$v_{A/B} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v_{A/B}} = \frac{3 \text{ km}}{180 \text{ km/h}} = 0{,}016\,7 \text{ h}$$

La conversion en minutes nous donne : $\Delta t = 0{,}016\,7 \text{ h} \times 60 \text{ min/h} = 1 \text{ min}$.

Les deux voitures se croiseront donc une minute plus tard.

Considérons maintenant ce qui se passe une fois que les voitures se sont croisées et qu'elles s'éloignent l'une de l'autre. La vitesse relative $v_{A/B}$ reste la même, soit 180 km/h, et c'est maintenant une vitesse d'éloignement. Par conséquent, la connaissance de la vitesse relative seule ne suffit pas pour dire si deux mobiles se rapprochent ou s'éloignent l'un de l'autre; il faut aussi connaître leur position relative ainsi que le sens de circulation de chacun. Tracer une figure s'avère souvent utile pour déterminer ce qui se passe exactement. Le cas des mobiles se déplaçant dans le même sens se traite exactement de la même manière.

Exercice 3.24

Au cours d'un grand prix, le coureur automobile Rodriguez, roulant à une vitesse scalaire moyenne de 280 km/h, est à la poursuite de Patrick qui, à cause d'un problème de transmission, ne peut dépasser les 250 km/h. Avant d'avoir ce problème, Patrick distançait Rodriguez de 9 km. Dans combien de temps Rodriguez va-t-il rattraper Patrick si chacun des deux pilotes maintient sa vitesse?

Voilà pour les vitesses relatives et l'addition vectorielle des vitesses! La prochaine section est consacrée à la description mathématique et à l'analyse graphique du **mouvement rectiligne uniforme**. La vitesse y est considérée sous sa forme vectorielle, toujours dirigée selon l'axe du mouvement. Pour les mouvements rectilignes, il y a généralement correspondance entre l'axe du mouvement et l'axe par rapport auquel nous définissons les vecteurs vitesse et déplacement.

3.2 – LE MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME

Les autoroutes abondent en Amérique du nord et il n'est pas rare de voir de longs tronçons s'étirer en ligne droite. Il arrive souvent alors que des automobilistes, fatigués d'appuyer sur l'accélérateur et n'anticipant pas de manœuvres fréquentes, fassent usage du régulateur de vitesse; ils peuvent alors rouler à la vitesse de croisière désirée, le pied au repos. Cette vitesse dite de croisière est celle que maintient un mobile, une voiture, un train, un avion ou un bateau, pendant une grande partie de sa course. Sa particularité : elle est constante durant une longue période de temps.